Meetriline ruum X

Defineeritud:

kaugus ehk meetrika $\rho(x,y)$

Aksioomid:

$\rho(x,y) = 0 \Leftrightarrow x = y$

$\rho(x,y) = \rho(y,x)$

$\rho(x,y) \leq \rho(x,z) + \rho(z,y) \qquad \forall z \in X$

Jada koonduvus:

$\lim_{n\to\infty} x_n = x \Leftrightarrow \lim_{n\to\infty} \rho(x,x_n) = 0$

$\rho(x,y) \equiv \|x-y\|$

Lineaarne normeeritud ruum X

Defineeritud:

elemendi norm $\|x\|$

Aksioomid:

$\|x\| \geq 0; \quad \|x\| = 0 \Leftrightarrow x = \theta$

$\|x+y\| \leq \|x\| + \|y\| \quad \forall x,y \in X$

$\|\lambda x\| = |\lambda|\,\|x\| \quad \forall x \in X,\ \forall \lambda \in \mathbb{R}$

Meetrika:

$\rho(x,y) \equiv \|x-y\|$

$\|x\| \equiv \sqrt{(x,x)}$

Unitaarne ruum ehk skalaarkorrutisega ruum X

Defineeritud:

skalaarkorrutis (x,y)

Aksioomid:

$(x,y) = \overline{(y,x)} \quad \forall x,y \in X$

$(\lambda_1 x_1 + \lambda_2 x_2, y) = \lambda_1 (x_1,y) + \lambda_2 (x_2,y)$

$\forall x,y \in X,\ \forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{C}$

$(x,x) \geq 0 \quad \forall x \in X$

$(x,x) = 0 \Leftrightarrow x = \theta$

Norm:

$\|x\| \equiv \sqrt{(x,x)}$

Ortogonaalsus:

$x \perp y \Leftrightarrow \cos\varphi \equiv \frac{|(x,y)|}{\|x\|\|y\|} = 0$

Lineaarne ruum ehk vektorruum X

Defineeritud:

liitmine $x+y$

skalaariga korrutamine λx

Aksioomid:

$x+y = y+x \quad \forall x,y \in X$

$x+(y+z) = (x+y)+z \quad \forall x,y,z \in X$

leidub nullelement $\theta \in X$ nii et:

$x + \theta = x \quad \forall x \in X$

igale $x \in X$ leidub vastandelement $-x$:

$x + (-x) = \theta$

$1x = x \quad \forall x \in X$

$\lambda(\mu x) = (\lambda\mu)x \quad \forall x \in X,\ \forall \lambda,\mu \in \mathbb{R}$

$(\lambda+\mu)x = \lambda x + \mu x \quad \forall x \in X,\ \forall \lambda,\mu \in \mathbb{R}$

$\lambda(x+y) = \lambda x + \lambda y \quad \forall x,y \in X,\ \forall \lambda \in \mathbb{R}$

täielik

Banachi ruum X

Iga fundamentaaljada koondub ruumi punktiks ehk ruum on täielik.

täielik

Hilberti ruum X

Iga fundamentaaljada koondub ruumi punktiks ehk ruum on täielik.